

**Raccolta di espressioni con le proprietà delle potenze.**

Livello intermedio. Complete di soluzione guidata.

Solved expressions with raise to a power properties. - Potencias. - Expression et puissances.

1.  $(7^2 : 7)^3 \cdot (7^2 \cdot 7^4)^2 : (7^5 \cdot 7^2)^2$  [7] [soluzione](#)
2.  $(3^3)^4 \cdot (3^6 : 3^2)^3 : (3^3 \cdot 3^6)^2 : 3^4$  [9] [soluzione](#)
3.  $[(3^4)^3 : 3^{10}]^5 : 3^9 + (5^4)^3 : 5^{10} - 2^2 \cdot 7$  [0] [soluzione](#)
4.  $(3^5)^3 : 3^{13} + 3^{10} : 3^9 + 9^5 \cdot 9^7 \cdot 9^4 : 9^{16}$  [13] [soluzione](#)
5.  $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4) : 2^9 + (3^3 \cdot 3^5 \cdot 3^7) : 3^{14}$  [5] [soluzione](#)
6.  $[(7^5 \cdot 7^9) : (7^4)^3] : 7^2$  [1] [soluzione](#)
7.  $[(2^2 \cdot 2^5) : (2 \cdot 2^3)]^2$  [64] [soluzione](#)
8.  $[(3^4)^3 : 3^{10}]^5 : 3^9 + 2^3 : 2^2$  [5] [soluzione](#)
9.  $[(7^4 \cdot 2^4 \cdot 9^4) : (7^2 \cdot 2^2 \cdot 9^2)]^4 : (252^8 : 2^8)$  [1] [soluzione](#)
10.  $2^2 \cdot 2^6 \cdot 2^5 \cdot 2 \cdot 2^6 : (2^4 \cdot 2^6) : 2^2 : 2^3$  [32] [soluzione](#)
11.  $\{[(2^6 \cdot 2^4 : 2^8) : 2^2 + 1]^3 : 2^2\}^0$  [1] [soluzione](#)
12.  $[(3^2 \cdot 3^4) \cdot (3^2 \cdot 3)]^2 : 3^{16}$  [9] [soluzione](#)
13.  $(7^3 \cdot 7^4)^2 : (7^3)^4 : 7^2$  [1] [soluzione](#)
14.  $5^3 : 5^2 - (5^2 \cdot 5)^4 : (5^9 \cdot 5^2)$  [0] [soluzione](#)
15.  $(9^3 \cdot 9^4) : (9^2 \cdot 9^3) - 3^4 : 3$  [54] [soluzione](#)
16.  $7^2 - [(7^3)^3 : 7^4] : (7^2 \cdot 7^2)$  [42] [soluzione](#)
17.  $(6^3)^2 : (6^2)^3 + (6^7 : 6^3) : (6^2 \cdot 6^2)$  [2] [soluzione](#)
18.  $(3^2 \cdot 3^2 \cdot 1)^2 : (3^3 \cdot 3)^2$  [9] [soluzione](#)
19.  $[5^0 + (6^{11} : 6^9 + 3) : (5 + 2^3) - (10^4 : 10^2 - 3^2 \cdot 11)] \cdot 3 + 3^2$  [18] [soluzione](#)
20.  $\{[(7^3 \cdot 7^4)^3 : [(7^3)^4 \cdot (7^4)^2]]\} : \{[(2^3)^4 \cdot 2^3]^4 : [(2^3)^4]^5\}$  [7] [soluzione](#)
21.  $(5^2 \cdot 2 : 5)^2 + (3^2 \cdot 3^3 : 3^4)^4 - 12^2$  [37] [soluzione](#)

22.  $5 + [(5^2 \cdot 5^3 \cdot 5)^2]^3 : (5^4 \cdot 5^2 \cdot 5)^5$  [10] [soluzione](#)
23.  $\{14^3 : 7^3 - 2 \cdot [(3^2 - 3 - 2^2) \cdot (5 - 2^2)] - 2^9 : 2^7\} : 5$  [0] [soluzione](#)
24.  $\{[(2^7 : 2^4 + 5 \cdot 3^4 - 5^3 \cdot 3) : 19 + 1]^2 - (7 \cdot 2^3 + 5^3 - 12^2 : 2^2) : 29\}^2 : 2^4$  [1] [soluzione](#)
25.  $\{[(6^3 \cdot 6^4)^5 \cdot (42^3 : 7^3)^2] : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2$  [144] [soluzione](#)
26.  $\{[(3^3 \cdot 3^4)^2 : 3^6] : 3^5 - 18\} : 3 + \{[(5^2 \cdot 2 - 20) : 10]^2 + 1\} : 5$  [5] [soluzione](#)
27.  $\{2 + (3 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 3^2 - 3) : [5 \cdot (2^6 : 2^4 \cdot 3 - 5^4 : 5^3 \cdot 2) - 2^5 : 2^2]\} : [2 \cdot (5^2 : 5)]$  [2] [soluzione](#)
28.  $[(3^3 \cdot 3^1 - 7 \cdot 2^3) \cdot (5^2 - 2^4) : (3^2 \cdot 5^2 - 4^2 : 2^4 + 1^3)]^4 \cdot 2^2$  [4] [soluzione](#)
29.  $\{[2 \cdot (2 \cdot 2^7 \cdot 2^3)^4 : (2^0 \cdot 2 \cdot 2^2)^3] : 1 : (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^6)^4\}^2 \cdot (2^7 : 2^5)$  [4] [soluzione](#)
30.  $\{[8^2 : (2^2 : 2 \cdot 3^2 - 2^1 - 2^3) - (5 \cdot 2^2) : 5] \cdot (2^5 : 2^4) + 2 \cdot 3^3\} : 31$  [2] [soluzione](#)
31.  $3^7 : 3^5 + \{5^4 : 5^2 - 3 \cdot [7^2 - 5 \cdot (3 \cdot 2^2 : 2^2 + 3^3 : 3^2) - 2^4]\} : 2^3 - 7^5 : 7^4$  [4] [soluzione](#)
32.  $\{[(7^3 \cdot 7^4)^2 : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[(5^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 5) : 10]^2 - 4\}^3 : 5^2$  [12] [soluzione](#)
33.  $\{[(2^4 \cdot 3^4)^2 : 6^8 + (12^2 : 4^2)^4 : 3^8]^9\}^2 : (2^5)^3$  [8] [soluzione](#)
34.  $(2^2 \cdot 5^2 - 3^3 + 2) - 2 \cdot 3^4 : 3^2 + 2^2 \cdot 2^2 \cdot (7 + 2^3 : 2^2 - 2^5 : 2^2)^4 - 3^2 \cdot \{2 \cdot [6 - 2^2 \cdot (3^2)^0]^2\}$  [1] [soluzione](#)
35.  $[(4^7 \cdot 3^7 \cdot 5^7) : (4^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3)]^3 : (180^{11} : 3^{11})$  [60] [soluzione](#)
36.  $\{[(3^4 : 3^2 \cdot 5 - 2^5 : 2^2 \cdot 2^2 - 1) : 2^2 + (4^3 : 4^2 + 3^6 : 3^4 - 1) : 3] : 7\}^3 - 3^5 : 3^5$  [0] [soluzione](#)
37.  $[(2^4 \cdot 2^5) : (2^2)^2 + (3^3 \cdot 3^6) : (3^4)^2] : 7 + (21 - 11^3 : 11^2) : 5 + 3 - (3^2)^2 : 3^3$  [7] [soluzione](#)
38.  $4^7 : 4^5 + 3^2 \cdot 6^2 : 6^2 + 12^4 : 12^3 - (5^4)^3 : 5^{10}$  [12] [soluzione](#)
39.  $\{3^4 : 3^2 \cdot 5 + 6^5 : 6^2 \cdot [3^2 - 2^2 \cdot (3^2 \cdot 2 - 2^4)] - 7^2\} : (2^2 \cdot 5^2 + 2^3 \cdot 15 - 8)$  [1] [soluzione](#)
40.  $(13^4 : 13^2)^3 \cdot (13^2 \cdot 13)^2 : (13^2 \cdot 13^3)^2$  [169] [soluzione](#)
41.  $[5^4 : 5^2 - 125^2 : 25^2 + 3 \cdot (2^2)^3 - 71 \cdot 5^0] : (11^3 : 11^2)$  [11] [soluzione](#)

## Soluzioni

---

$$(7^2 : 7)^3 \cdot (7^2 \cdot 7^4)^2 : (7^5 \cdot 7^2)^2 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= (7^{2-1})^3 \cdot (7^{2+4})^2 : (7^{5+2})^2 =$$

$$= (7^1)^3 \cdot (7^6)^2 : (7^7)^2 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 7^{1 \cdot 3} \cdot 7^{6 \cdot 2} : 7^{7 \cdot 2} =$$

$$= 7^3 \cdot 7^{12} : 7^{14} =$$

$$= 7^{3+12} : 7^{14} =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 7^{15} : 7^{14} =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 7^{15-14} =$$

$$= 7^1 =$$

Ricorda che  $a^1 = a$

$$= 7$$

$$(3^3)^4 \cdot (3^6 : 3^2)^3 : (3^3 \cdot 3^6)^2 : 3^4 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 3^{3 \cdot 4} \cdot (3^{6-2})^3 : (3^{3+6})^2 : 3^4 =$$

$$= 3^{12} \cdot (3^4)^3 : (3^9)^2 : 3^4 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 3^{12} \cdot 3^{4 \cdot 3} : 3^{9 \cdot 2} : 3^4 =$$

$$= 3^{12} \cdot 3^{12} : 3^{18} : 3^4 =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 3^{12+12} : 3^{18} : 3^4 =$$

$$= 3^{24} : 3^{18} : 3^4 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 3^{24-18} : 3^4 =$$

$$= 3^6 : 3^4 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 3^{6-4} =$$

$$= 3^2 =$$

$$= 9$$

$$[(3^4)^3 : 3^{10}]^5 : 3^9 + (5^4)^3 : 5^{10} - 2^2 \cdot 7 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= [3^{4 \cdot 3} : 3^{10}]^5 : 3^9 + 5^{4 \cdot 3} : 5^{10} - 4 \cdot 7 =$$

$$= [3^{12} : 3^{10}]^5 : 3^9 + 5^{12} : 5^{10} - 28 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= [3^{12-10}]^5 : 3^9 + 5^{12} : 5^{10} - 28 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= [3^2]^5 : 3^9 + 5^{12-10} : 5^{10} - 28 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 3^{2 \cdot 5} : 3^9 + 5^2 : 5^{10} - 28 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 3^{10} : 3^9 + 25 : 5^{10} - 28 =$$

$$= 3^{10-9} + 25 : 5^{10} - 28 =$$

$$= 3^1 + 25 : 5^{10} - 28 =$$

Ricorda che  $a^1 = a$

$$= 3 + 25 : 5^{10} - 28 =$$

$$= 28 - 28 = 0$$

$$(3^5)^3 : 3^{13} + 3^{10} : 3^9 + 9^5 \cdot 9^7 \cdot 9^4 : 9^{16} =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 3^{5 \cdot 3} : 3^{13} + 3^{10-9} + 9^{5+7+4} : 9^{16} =$$

$$= 3^{15} : 3^{13} + 3^1 + 9^{16} : 9^{16} =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 3^{15-13} + 3 + 9^{16-16} =$$

$$= 3^2 + 3 + 9^0 =$$

Ricorda che  $a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$

$$= 9 + 3 + 1 =$$

$$= 13$$

$$(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4) : 2^9 + (3^3 \cdot 3^5 \cdot 3^7) : 3^{14} =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 2^{1+2+3+4} : 2^9 + 3^{3+5+7} : 3^{14} =$$

$$= 2^{10} : 2^9 + 3^{15} : 3^{14} =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 2^{10-9} + 3^{15-14} =$$

$$= 2^1 + 3^1 =$$

Ricorda che  $a^1 = a$

$$= 2 + 3 =$$

$$= 5$$

---

$$[(7^5 \cdot 7^9) : (7^4)^3] : 7^2 =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= [(7^{5+9}) : 7^{4 \cdot 3}] : 7^2 =$$

$$= [(7^{14}) : 7^{12}] : 7^2 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 7^{14-12} : 7^2 =$$

$$= 7^2 : 7^2 =$$

$$= 7^{2-2} =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 7^0 =$$

Ricorda che  $a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$

$$= 1$$

$$[(2^2 \cdot 2^5) : (2 \cdot 2^3)]^2 =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= [2^{2+5} : 2^{1+3}]^2 =$$

$$= [2^7 : 2^4]^2 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= [2^{7-4}]^2 =$$

$$= [2^3]^2 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 2^{3 \cdot 2} =$$

$$= 2^6 = 64$$

$$[(3^4)^3 : 3^{10}]^5 : 3^9 + 2^3 : 2^2 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= [3^{12} : 3^{10}]^5 : 3^9 + 2^{3-2} =$$

$$= [3^{12-10}]^5 : 3^9 + 2 =$$

$$= [3^2]^5 : 3^9 + 2 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 3^{2 \cdot 5} : 3^9 + 2 =$$

$$= 3^{10} : 3^9 + 2 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 3^{10-9} + 2 =$$

$$= 3^1 + 2 =$$

Ricorda che  $a^1 = a$

$$= 3 + 2 = 5$$

$$[(7^4 \cdot 2^4 \cdot 9^4) : (7^2 \cdot 2^2 \cdot 9^2)]^4 : (252^8 : 2^8) =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stesso esponente  $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stesso esponente  $a^m : b^m = (a : b)^m$

$$= [(7 \cdot 2 \cdot 9)^4 : (7 \cdot 2 \cdot 9)^2]^4 : (252 : 2)^8 =$$

$$= [(14 \cdot 9)^4 : (14 \cdot 9)^2]^4 : 126^8 =$$

$$= [126^4 : 126^2]^4 : 126^8 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= [126^{4-2}]^4 : 126^8 =$$

$$= [126^2]^4 : 126^8 =$$

Applico la proprietà della potenza di potenza  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$= 126^{2 \cdot 4} : 126^8 =$$

$$= 126^8 : 126^8 = 1$$

Quoziente di termini uguali e diversi da zero è 1.

Oppure applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 126^{8-8} =$$

$$= 126^0 =$$

Ricorda che  $a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$

$$= 1$$

$$2^2 \cdot 2^6 \cdot 2^5 \cdot 2 \cdot 2^6 : (2^4 \cdot 2^6) : 2^2 : 2^3 =$$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= 2^{2+6+5+1+6} : (2^{4+6}) : 2^2 : 2^3 =$$

$$= 2^{20} : 2^{10} : 2^2 : 2^3 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= 2^{20-10-2-3} =$$

$$= 2^{10-2-3} =$$

$$= 2^5 = 32$$

$$\{[(2^6 \cdot 2^4 : 2^8) : 2^2 + 1]^3 : 2^2\}^0$$

Devo controllare che la parentesi non abbia come risultato 0, essendo  $0^0$  priva di significato

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

Applico la proprietà del prodotto di potenze con stessa base  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= \{[(2^{6+4-8}) : 2^2 + 1]^3 : 2^2\}^0 =$$

$$= \{[2^2 : 2^2 + 1]^3 : 2^2\}^0 =$$

$$= \{[1 + 1]^3 : 2^2\}^0 =$$

$$= \{2^3 : 2^2\}^0 =$$

Applico la proprietà del quoziente di potenze con stessa base  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$= \{2^{3-2}\}^0 =$$

$$= 2^0 =$$

Ricorda che  $a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$

$$= 1$$

$$[(3^2 \cdot 3^4) \cdot (3^2 \cdot 3)]^2 : 3^{16} =$$

$$= [(3^{2+4}) \cdot (3^{2+1})]^2 : 3^{16} =$$

$$= [3^6 \cdot 3^3]^2 : 3^{16} =$$

$$= [3^{6+3}]^2 : 3^{16} =$$

$$= [3^9]^2 : 3^{16} =$$

$$= 3^{9 \cdot 2} : 3^{16} =$$

$$= 3^{18} : 3^{16} =$$

$$= 3^{18-16} =$$

$$= 3^2 = 9$$

$$(7^3 \cdot 7^4)^2 : (7^3)^4 : 7^2 =$$

$$= (7^{3+4})^2 : 7^{3 \cdot 4} : 7^2 =$$

$$= (7^7)^2 : 7^{12} : 7^2 =$$

$$= 7^{14} : 7^{12} : 7^2 =$$

$$= 7^{14-12} : 7^2 =$$

$$= 7^2 : 7^2 =$$

$$= 7^{2-2} =$$

$$= 7^0 = 1$$

---

$$5^3 : 5^2 - (5^2 \cdot 5)^4 : (5^9 \cdot 5^2)$$

$$= 5^{3-2} - (5^{2+1})^4 : 5^{9+2} =$$

$$= 5^1 - (5^3)^4 : 5^{11} =$$

$$= 5 - 5^{3 \cdot 4} : 5^{11} =$$

$$= 5 - 5^{12} : 5^{11} =$$

$$= 5 - 5^{12-11}$$

$$= 5 - 5 = 0$$

$$(9^3 \cdot 9^4) : (9^2 \cdot 9^3) - 3^4 : 3 =$$

$$= (9^{3+4}) : (9^{2+3}) - 3^{4-1} =$$

$$= 9^7 : 9^5 - 3^3 =$$

$$= 9^{7-5} - 27 =$$

$$= 9^2 - 27 =$$

$$= 81 - 27 = 54$$

---

$$7^2 - [(7^3)^3 : 7^4] : (7^2 \cdot 7^2) =$$

$$= 49 - [7^{3 \cdot 3} : 7^4] : 7^{2+2} =$$

$$= 49 - [7^9 : 7^4] : 7^4 =$$

$$= 49 - 7^{9-4} : 7^4 =$$

$$= 49 - 7^5 : 7^4 =$$

$$= 49 - 7^{5-4} =$$

$$= 49 - 7^1 = 42$$

$$(6^3)^2 : (6^2)^3 + (6^7 : 6^3) : (6^2 \cdot 6^2) =$$

$$= 6^{3 \cdot 2} : 6^{2 \cdot 3} + 6^{7-3} : 6^{2+2} =$$

$$= 6^6 : 6^6 + 6^4 : 6^4 =$$

$$= 6^{6-6} + 6^{4-4} =$$

$$= 6^0 + 6^0 =$$

$$= 1 + 1 = 2$$

---

$$(3^2 \cdot 3^2 \cdot 1)^2 : (3^3 \cdot 3)^2 =$$

$$= (3^{2+2+1})^2 : (3^{3+1})^2 =$$

$$= (3^5)^2 : (3^4)^2 =$$

$$= 3^{5 \cdot 2} : 3^{4 \cdot 2} =$$

$$= 3^{10} : 3^8 =$$

$$= 3^{10-8} =$$

$$= 3^2 = 9$$

$$\begin{aligned}
 & [5^0 + (6^{11} : 6^9 + 3) : (5 + 2^3) - (10^4 : 10^2 - 3^2 \cdot 11)] \cdot 3 + 3^2 = \\
 & = [1 + (6^{11-9} + 3) : (5+8) - (10^{4-2} - 9 \cdot 11)] \cdot 3 + 9 = \\
 & = [1 + (6^2 + 3) : 13 - (10^2 - 99)] \cdot 3 + 9 = \\
 & = [1 + (36 + 3) : 13 - (100 - 99)] \cdot 3 + 9 = \\
 & = [1 + 39 : 13 - 1] \cdot 3 + 9 = \\
 & = [1 + 3 - 1] \cdot 3 + 9 = \\
 & = 3 \cdot 3 + 9 = \\
 & = 9 + 9 = 18
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
 & \{(7^3 \cdot 7^4)^3 : [(7^3)^4 \cdot (7^4)^2]\} : \{[(2^3)^4 \cdot 2^3]^4 : [(2^3)^4]^5\} = \\
 & = \{[(7^{3+4})^3 : [7^{3 \cdot 4} \cdot 7^{4 \cdot 2}]\} : \{[2^{3 \cdot 4} \cdot 2^3]^4 : [2^{3 \cdot 4}]^5\} = \\
 & = \{[(7^7)^3 : [7^{12} \cdot 7^8]]\} : \{[2^{12} \cdot 2^3]^4 : [2^{12}]^5\} = \\
 & = \{[7^{7 \cdot 3} : [7^{12+8}]]\} : \{[2^{12+3}]^4 : 2^{12 \cdot 5}\} = \\
 & = \{[7^{21} : 7^{20}]\} : \{[2^{15}]^4 : 2^{60}\} = \\
 & = \{[7^{21-20}]\} : \{2^{15 \cdot 4} : 2^{60}\} = \\
 & = \{7^1\} : \{2^{60} : 2^{60}\} = \\
 & = 7 : \{2^{60-60}\} = \\
 & = 7 : 2^0 = \\
 & = 7 : 1 = 7
 \end{aligned}$$

$$(5^2 \cdot 2 : 5)^2 + (3^2 \cdot 3^3 : 3^4)^4 - 12^2 =$$

$$= (25 \cdot 2 : 5)^2 + (3^{2+3-4})^4 - 144 =$$

$$= (50 : 5)^2 + (3^1)^4 - 144 =$$

$$= 10^2 + 3^4 - 144 =$$

$$= 100 + 81 - 144 =$$

$$= 181 - 144 = 37$$

---

$$5 + [(5^2 \cdot 5^3 \cdot 5)^2]^3 : (5^4 \cdot 5^2 \cdot 5)^5 =$$

$$= 5 + [(5^{2+3+1})^2]^3 : (5^{4+2+1})^5 =$$

$$= 5 + [(5^6)^2]^3 : (5^7)^5 =$$

$$= 5 + [5^{12}]^3 : 5^{35} =$$

$$= 5 + 5^{12 \cdot 3} : 5^{35} =$$

$$= 5 + 5^{36} : 5^{35} =$$

$$= 5 + 5^{36-35} =$$

$$= 5 + 5^1 =$$

$$= 5 + 5 = 10$$

$$\begin{aligned}\{14^3: 7^3 - 2 \cdot [(3^2 - 3 - 2^2) \cdot (5 - 2^2)] - 2^9: 2^7\}: 5 &= \\ = \{(14: 7)^3 - 2 \cdot [(9 - 3 - 4) \cdot (5 - 4)] - 2^{9-7}\}: 5 &= \\ = \{2^3 - 2 \cdot [(6 - 4) \cdot (5 - 4)] - 2^2\}: 5 &= \\ = \{8 - 2 \cdot [2 \cdot 1] - 4\}: 5 &= \\ = \{8 - 2 \cdot 2 - 4\}: 5 &= \\ = \{8 - 4 - 4\}: 5 &= \\ = \{4 - 4\}: 5 &= \\ = 0 : 5 &= 0\end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned}\{[(2^7: 2^4 + 5 \cdot 3^4 - 5^3 \cdot 3): 19 + 1]^2 - (7 \cdot 2^3 + 5^3 - 12^2: 2^2): 29\}^2: 2^4 &= \\ = \{[(2^{7-4} + 5 \cdot 81 - 125 \cdot 3): 19 + 1]^2 - (7 \cdot 8 + 125 - (12: 2)^2): 29\}^2: 16 &= \\ = \{[(2^3 + 405 - 375): 19 + 1]^2 - (56 + 125 - 6^2): 29\}^2: 16 &= \\ = \{[(8 + 405 - 375): 19 + 1]^2 - (181 - 36): 29\}^2: 16 &= \\ = \{[(413 - 375): 19 + 1]^2 - 145: 29\}^2: 16 &= \\ = \{[(413 - 375): 19 + 1]^2 - 145: 29\}^2: 16 &= \\ = \{[38: 19 + 1]^2 - 5\}^2: 16 &= \\ = \{[2 + 1]^2 - 5\}^2: 16 &= \\ = \{3^2 - 5\}^2: 16 &= \\ = \{9 - 5\}^2: 16 &= \\ = 4^2: 16 &= \\ = 16: 16 &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{[(6^3 \cdot 6^4)^5 \cdot (42^3 : 7^3)^2] : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{[(6^{3+4})^5 \cdot (42 : 7)^{3 \cdot 2}] : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{[(6^7)^5 \cdot (6)^6] : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{[6^{7 \cdot 5} \cdot 6^6] : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{6^{35+6} : 6^{40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{6^{41-40}\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= \{6^1\}^2 \cdot 2^2 = \\ &= 6^2 \cdot 2^2 = \\ &= (6 \cdot 2)^2 = \\ &= 12^2 = \mathbf{144} \end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned} & \{[(3^3 \cdot 3^4)^2 : 3^6] : 3^5 - 18\} : 3 + \{[(5^2 \cdot 2 - 20) : 10]^2 + 1\} : 5 = \\ &= \{[(3^{3+4})^2 : 3^6] : 3^5 - 18\} : 3 + \{[(25 \cdot 2 - 20) : 10]^2 + 1\} : 5 \\ &= \{[(3^7)^2 : 3^6] : 3^5 - 18\} : 3 + \{[(50 - 20) : 10]^2 + 1\} : 5 = \\ &= \{[3^{14} : 3^6] : 3^5 - 18\} : 3 + \{[30 : 10]^2 + 1\} : 5 = \\ &= \{3^{14-6} : 3^5 - 18\} : 3 + \{3^2 + 1\} : 5 = \\ &= \{3^8 : 3^5 - 18\} : 3 + \{9 + 1\} : 5 = \\ &= \{3^{8-5} - 18\} : 3 + 10 : 5 = \\ &= \{3^3 - 18\} : 3 + 2 = \\ &= \{27 - 18\} : 3 + 2 = \\ &= 9 : 3 + 2 = \\ &= 3 + 2 = \mathbf{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{2 + (3 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 3^2 - 3) : [5 \cdot (2^6 : 2^4 \cdot 3 - 5^4 : 5^3 \cdot 2) - 2^5 : 2^2]\} : [2 \cdot (5^2 : 5)] = \\ &= \{2 + (3 \cdot 25 - 4 \cdot 9 - 3) : [5 \cdot (2^{6-4} \cdot 3 - 5^{4-3} \cdot 2) - 2^{5-2}]\} : [2 \cdot 5^{2-1}] = \\ &= \{2 + (75 - 36 - 3) : [5 \cdot (12 - 10) - 8]\} : 10 = \\ &= \{2 + (39 - 3) : [5 \cdot 2 - 8]\} : 10 = \\ &= \{2 + 36 : [10 - 8]\} : 10 = \\ &= \{2 + 36 : 2\} : 10 = \\ &= \{2 + 18\} : 10 = \\ &= 20 : 10 = \mathbf{2} \end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned} & [(3^3 \cdot 3^1 - 7 \cdot 2^3) \cdot (5^2 - 2^4) : (3^2 \cdot 5^2 - 4^2 \cdot 2^4 + 1^3)]^4 \cdot 2^2 = \\ &= [(27 \cdot 3 - 56) \cdot (25 - 16) : (9 \cdot 25 - 16 : 16 + 1)]^4 \cdot 4 = \\ &= [(81 - 56) \cdot 9 : (225 - 1 + 1)]^4 \cdot 4 = \\ &= [25 \cdot 9 : (225)]^4 \cdot 4 = \\ &= [225 : 225]^4 \cdot 4 = \\ &= 1^4 \cdot 4 = \mathbf{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{[2 \cdot (2 \cdot 2^7 \cdot 2^3)^4 : (2^0 \cdot 2 \cdot 2^2)^3] 1 : (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^6)^4\}^2 \cdot (2^7 : 2^5) = \\ &= \{[2 \cdot (2^{1+7+3})^4 : (2^{0+1+2})^3] 1 : (2^{1+2+6})^4\}^2 \cdot (2^{7-5}) = \\ &= \{[2 \cdot (2^{11})^4 : (2^3)^3] 1 : (2^9)^4\}^2 \cdot (2^2) = \\ &= \{[2 \cdot 2^{44} : 2^9] 1 : 2^{36}\}^2 \cdot 4 = \\ &= \{[2^{1+44} : 2^9] 1 : 2^{36}\}^2 \cdot 4 = \\ &= \{[2^{45} : 2^9] 1 : 2^{36}\}^2 \cdot 4^0 = \\ &= \{[2^{36}] 1 : 2^{36}\}^2 \cdot 4 = \\ &= \{2^{36-36}\}^2 \cdot 4 = \\ &= \{2^{36-36}\}^2 \cdot 4 = \\ &= 1 \cdot 4 = \mathbf{4} \end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned} & \{[8^2 : (2^2 : 2 \cdot 3^2 - 2^1 - 2^3) - (5 \cdot 2^2) : 5] \cdot (2^5 : 2^4) + 2 \cdot 3^3\} : 31 = \\ &= \{[64 : (2^{2-1} \cdot 9 - 2 - 8) - (5 \cdot 4) : 5] \cdot 2 + 2^{5-4} \cdot 27\} : 31 = \\ &= \{[64 : (18 - 2 - 8) - 20 : 5] \cdot 2 + 54\} : 31 = \\ &= \{[64 : 8 - 4] \cdot 2 + 54\} : 31 = \\ &= \{[8 - 4] \cdot 2 + 54\} : 31 = \\ &= \{4 \cdot 2 + 54\} : 31 = \\ &= \{8 + 54\} : 31 = \\ &= 62 : 31 = \mathbf{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3^7 : 3^5 + \{5^4 : 5^2 - 3 \cdot [7^2 - 5 \cdot (3 \cdot 2^2 : 2^2 + 3^3 : 3^2) - 2^4]\} : 2^3 - 7^5 : 7^4 = \\ &= 3^{7-5} + \{5^{4-2} - 3 \cdot [7^2 - 5 \cdot (3 \cdot 2^{2-2} + 3^{3-2}) - 16]\} : 2^3 - 7^{5-4} = \\ &= 3^2 + \{5^2 - 3 \cdot [7^2 - 5 \cdot (3 \cdot 2^0 + 3^1) - 16]\} : 2^3 - 7^1 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot [7^2 - 5 \cdot (3 \cdot 1 + 3) - 16]\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot [49 - 5 \cdot (3 + 3) - 16]\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot [49 - 5 \cdot 6 - 16]\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot [49 - 30 - 16]\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot [19 - 16]\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 3 \cdot 3\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + \{25 - 9\} : 8 - 7 = \\ &= 9 + 16 : 8 - 7 = \\ &= 9 + 2 - 7 = \\ &= 11 - 7 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \{[(7^3 \cdot 7^4)^2 : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[(5^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 5) : 10]^2 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{[(7^{3+4})^2 : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[(25 \cdot 2 - 4 \cdot 5) : 10]^2 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{[(7^7)^2 : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[(50 - 20) : 10]^2 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{[7^{7*2} : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[30 : 10]^2 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{[7^{14} : 7^6] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{[3]^2 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{[7^{14-6}] : 7^5 : 7^2\} : 7 + \{9 - 4\}^3 : 5^2 = \\
 &= \{7^8 : 7^5 : 7^2\} : 7 + 5^3 : 5^2 = \\
 &= \{7^{8-5-2}\} : 7 + 5^{3-2} = \\
 &= 7^2 : 7 + 5^1 = \\
 &= 7^{2-1} + 5 = \\
 &= 7 + 5 = 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \{[(2^4 \cdot 3^4)^2 : 6^8 + (12^2 : 4^2)^4 : 3^8]^9\}^2 : (2^5)^3 = \\
 &= \{[(6^4)^2 : 6^8 + (3^2)^4 : 3^8]^9\}^2 : 2^{15} = \\
 &= \{[6^8 : 6^8 + 3^8 : 3^8]^9\}^2 : 2^{15} = \\
 &= \{[6^{8-8} + 3^{8-8}]^9\}^2 : 2^{15} = \\
 &= \{[6^0 + 3^0]^9\}^2 : 2^{15} = \\
 &= \{[1 + 1]^9\}^2 : 2^{15} = \\
 &= \{2^9\}^2 : 2^{15} \\
 &= 2^{18} : 2^{15} = 2^{18-15} = 2^3 = 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2^2 \cdot 5^2 - 3^3 + 2) - 2 \cdot 3^4 : 3^2 + 2^2 \cdot 2^2 \cdot (7 + 2^3 : 2^2 - 2^5 : 2^2)^4 - 3^2 \cdot \{2 \cdot [6 - 2^2 \cdot (3^2)^0]^2\} &= \\ = (10^2 - 27 + 2) - 2 \cdot 3^{4-2} + 2^{2+2} \cdot (7 + 2^{3-2} - 2^{5-2})^4 - 3^2 \cdot \{2 \cdot [6 - 2^2 \cdot 3^0]^2\} &= \\ = (100 - 27 + 2) - 2 \cdot 3^2 + 2^4 \cdot (7 + 2^1 - 2^3)^4 - 9 \cdot \{2 \cdot [6 - 4 \cdot 1]^2\} &= \\ = (73 + 2) - 2 \cdot 9 + 16 \cdot (7 + 2 - 8)^4 - 9 \cdot \{2 \cdot [6 - 4]^2\} &= \\ = 75 - 18 + 16 \cdot (9 - 8)^4 - 9 \cdot \{2 \cdot 2^2\} &= \\ = 57 + 16 \cdot (1)^4 - 9 \cdot \{2 \cdot 4\} &= \\ = 57 + 16 \cdot 1 - 9 \cdot 8 &= \\ = 57 + 16 - 72 &= \\ = 73 - 72 &= \mathbf{1}\end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned}[(4^7 \cdot 3^7 \cdot 5^7) : (4^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3)]^3 : (180^{11} : 3^{11}) &= \\ = [(4 \cdot 3 \cdot 5)^7 : (4 \cdot 3 \cdot 5)^3]^3 : (180 : 3)^{11} &= \\ = [60^7 : 60^3]^3 : 60^{11} &= \\ = [60^{7-3}]^3 : 60^{11} &= \\ = [60^4]^3 : 60^{11} &= \\ = 60^{4 \cdot 3} : 60^{11} &= \\ = 60^{12} : 60^{11} &= \\ = 60^{12-11} = 60^1 &= \mathbf{60}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{[(3^4 \cdot 3^2 \cdot 5 - 2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 - 1) : 2^2 + (4^3 \cdot 4^2 + 3^6 \cdot 3^4 - 1) : 3] : 7\}^3 - 3^5 \cdot 3^5 = \\ &= \{[(3^{4-2} \cdot 5 - 2^{5-2} \cdot 2^{2-1}) : 2^2 + (4^{3-2} + 3^{6-4} - 1) : 3] : 7\}^3 - 3^{5-5} = \\ &= \{[(3^2 \cdot 5 - 2^3 \cdot 4 - 1) : 2^2 + (4^1 + 3^2 - 1) : 3] : 7\}^3 - 3^0 = \\ &= \{[(9 \cdot 5 - 8 \cdot 4 - 1) : 2^2 + (4 + 9 - 1) : 3] : 7\}^3 - 1 = \\ &= \{[(45 - 32 - 1) : 2^2 + (13 - 1) : 3] : 7\}^3 - 1 = \\ &= \{[12 : 4 + 12 : 3] : 7\}^3 - 1 = \\ &= \{[3 + 4] : 7\}^3 - 1 = \\ &= \{7 : 7\}^3 - 1 = \\ &= 1^3 - 1 = \mathbf{0} \end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned} & [(2^4 \cdot 2^5) : (2^2)^2 + (3^3 \cdot 3^6) : (3^4)^2] : 7 + (21 - 11^3 \cdot 11^2) : 5 + 3 - (3^2)^2 : 3^3 = \\ &= [2^{4+5} : 2^{2 \cdot 2} + 3^{3+6} : 3^{4 \cdot 2}] : 7 + (21 - 11^{3-2}) : 5 + 3 - 3^{2 \cdot 2} : 3^3 = \\ &= [2^9 : 2^4 + 3^9 : 3^8] : 7 + (21 - 11^1) : 5 + 3 - 3^4 : 3^3 = \\ &= [2^{9-4} + 3^{9-8}] : 7 + (21 - 11) : 5 + 3 - 3^{4-3} = \\ &= [2^5 + 3^1] : 7 + 10 : 5 + 3 - 3^1 = \\ &= [32 + 3] : 7 + 2 + 3 - 3 = \\ &= 35 : 7 + 2 + 3 - 3 = \\ &= 5 + 2 = \mathbf{7} \end{aligned}$$

$$4^7 : 4^5 + 3^2 \cdot 6^2 : 6^2 + 12^4 : 12^3 - (5^4)^3 : 5^{10} =$$

$$= 4^{7-5} + (3 \cdot 6 : 6)^2 + 12^{4-3} - 5^{12} : 5^{10} =$$

$$= 4^2 + 3^2 + 12^1 - 5^2 =$$

$$= 16 + 9 + 12 - 25 =$$

$$= 25 + 12 - 25 = \mathbf{12}$$

---

$$\{3^4 : 3^2 \cdot 5 + 6^5 : 6^2 \cdot [3^2 - 2^2 \cdot (3^2 \cdot 2 - 2^4)] - 7^2\} : (2^2 \cdot 5^2 + 2^3 \cdot 15 - 8) =$$

$$= \{3^{4-2} \cdot 5 + 6^{5-2} \cdot (15 - 9) \cdot [9 - 4 \cdot (18 - 16)] - 49\} : (10^2 + 120 - 8) =$$

$$= \{3^2 \cdot 5 + 6^3 \cdot [9 - 4 \cdot 2] - 49\} : (100 + 120 - 8) =$$

$$= \{9 \cdot 5 + 216 \cdot [9 - 8] - 49\} : (220 - 8) =$$

$$= \{45 + 216 - 49\} : 212 =$$

$$= \{261 - 49\} : 212 =$$

$$= 212 : 212 = \mathbf{1}$$

$$\begin{aligned}(13^4 : 13^2)^3 \cdot (13^2 \cdot 13)^2 : (13^2 \cdot 13^3)^2 &= \\ = (13^{4-2})^3 \cdot (13^{2+1})^2 : (13^{2+3})^2 &= \\ = (13^2)^3 \cdot (13^3)^2 : (13^5)^2 &= \\ = 13^{2 \cdot 3} \cdot 13^{3 \cdot 2} : 13^{5 \cdot 2} &= \\ = 13^6 \cdot 13^6 : 13^{10} &= \\ = 13^{6+6-10} &= \\ = 13^2 = 169\end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned}[5^4 : 5^2 - 125^2 : 25^2 + 3 \cdot (2^2)^3 - 71 \cdot 5^0] : (11^3 : 11^2) &= \\ = [5^{4-2} - (125 : 25)^2 + 3 \cdot 2^{2 \cdot 3} - 71 \cdot 1] : 11^{3-2} &= \\ = [5^2 - 5^2 + 3 \cdot 2^6 - 71] : 11^1 &= \\ = [3 \cdot 64 - 71] : 11 &= \\ = [192 - 71] : 11 &= \\ = 121 : 11 = \mathbf{11}\end{aligned}$$

